Übungen zur Vorlesung

Halbleiterphysik

Übungsblatt 7 vom 010.06.2013

Aufgabe 1: Random Walk

Für Dotierung unterhalb der Entartungsgrenze können Elektronen und Löcher in Halbleitern als klassische freie Teilchen mit einer der Bandstruktur entsprechenden effektiven Masse m* beschrieben werden. Betrachten Sie im Folgenden deren statistische Bewegung unter folgenden Voraussetzungen:

1.) Die Teilchen fliegen zwischen zwei Stößen gleichförmig gemäß der temperaturabhängigen Maxwell-Boltzmannschen Geschwindigkeitsverteilung, d.h. identischen Wahrscheinlichkeitsdichten $f_1(v_\alpha) = \left(\sqrt{2\pi}\,\sigma\right)^{-1} \cdot \exp\left(-\frac{v_\alpha^{\,2}}{2\,\sigma^2}\right)$ mit $\sigma = \sqrt{k_B T / m^*}$ für die drei Geschwindigkeitskomponenenten v_x, v_y, und v_z folgend.

2.) Die Teilchen Stoßen nach einer Zeit t gemäß einer Poisson-Verteilung und ändern daraufhin statistisch ihre Geschwindigkeit. Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Stoßzeit ist also $f_2(t) = \tau^{-1} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

3.) Die Geschwindigkeitskomponenten und die Stoßzeit sind statistisch unabhängig, d.h. für die Wahrscheinlichkeitsdichte F der (zwei-dimensionalen) statistischen Variablen (v_x, t) gilt $F(v_x, t) = f_1(v_x) \cdot f_2(t)$.

a) Berechnen Sie Mittelwert und Varianz für die Koordinatenänderung $\ell_x = v_x \cdot t$ zwischen zwei Stößen.

b) Berechnen Sie mit Hilfe des zentralen Grenzwertsatzes der Wahrscheinlichkeitsrechnung für den Grenzfall vieler M Stöße die Wahrscheinlichkeitsdichte für die insgesamt (nach den M Stößen) erfolgte Koordinatenänderung $L_x^{(M)}$.

c) Welche Zeit wird für diese (vielen) M Stöße benötigt?

d) Formulieren Sie mit den Ergebnissen aus b) und c) die zeitabhängige Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $f(\vec{r}, t) = f(x, y, z, t)$ für ein Teilchen, welches seine Zufallsbewegung zur Zeit t=0 am Ort $\vec{r} = 0$ beginnt.
(Hinweis: Das Resultat wird eine drei-dimensionale Gaußfunktion mit zeitabhängiger Varianz $\Sigma(t)$ sein.)

e) Leiten Sie aus d) die zeitabhängige Dichte $n(\vec{r}, t)$ von (vielen) N Teilchen ab, die allesamt bei t=0 und $\vec{r} = 0$ starten.

f) Zeigen Sie, dass die Dichte $n(\vec{r}, t)$ dem 2. Fickschen Diffusionsgesetz $\frac{\partial n(\vec{r}, t)}{\partial t} = D \cdot \Delta n(\vec{r}, t)$ genügt und bestimmen Sie die Diffusionskonstante D.

g) Vergleichen Sie ihr Ergebnis aus f) mit der Beweglichkeit $\mu = e\tau / m^*$ der Ladungsträger, wie sie in der Vorlesung für die Driftbewegung im elektrischen Feld diskutiert worden ist.